

29- The paragraph states that in a passive suspension system:

- 1) Safety factor and ride comfort are independent.
- 2) Ride comfort and safety factor have positive correlation on each other.
- 3) Ride comfort has positive impact of the safety of the car.
- 4) To improve the ride comfort, the safety factor must be sacrificed, and vice versa.

30- It can be inferred from the paragraph that:

- 1) The car suspension system has role on the stability of the vehicle.
- 2) The car suspension system is used to store energy.
- 3) The passenger has to control the car suspension system.
- 4) The car suspension system affects the road disturbances.

ریاضی (ریاضی عمومی ۱ و ۲، معادلات دیفرانسیل، ریاضی مهندسی)

۳۱- مقدار حد دنباله $\left\{ \sum_{i=1}^n \frac{\sqrt{i}}{n^2} \right\}$ در صورت وجود، برابر کدام است؟

○ (۲) $\frac{1}{6}$ (۱)

(۴) حد وجود ندارد. $\frac{2}{3}$ (۳)

۳۲- شعاع همگرایی و بازه همگرایی سری $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{(x-2)^n}{4\sqrt[n]{n}}$ برابر کدام است؟

(۱) و (۳) $(1, 3)$

(۴) و (۳) $[-2, 6)$

(۲) و (۳) $(1, 3)$

(۴) و (۳) $[-2, 6)$

۳۳- تعریف می‌کنیم $I_n = \int_0^1 x^n \sqrt{1-x^2} dx$ ، به ازای n عدد صحیح نامنفی. در این صورت $I_n = K I_{n-2}$ که در آن

$n \geq 2$. ضریب ثابت K (وابسته به n) کدام است؟

$\frac{n}{n+2}$ (۲) $\frac{n}{n+3}$ (۱)

$\frac{n-1}{n+2}$ (۴) $\frac{n-1}{n+1}$ (۳)

۳۴- در مورد توابع هذلولیگون (هذلولوی)، گزینه صحیح کدام است؟

$\cosh(a+b) = \cosh a \cosh b - \sinh a \sinh b$ (۲) $\cosh(a+b) = \cosh a \cosh b - \sinh a \sinh b$ (۱)
 $\sinh(a+b) = \sinh a \cosh b - \cosh a \sinh b$

$\cosh(a+b) = \cosh a \cosh b + \sinh a \sinh b$ (۴) $\cosh(a+b) = \cosh a \cosh b + \sinh a \sinh b$ (۳)
 $\sinh(a+b) = \sinh a \cosh b + \cosh a \sinh b$ $\sinh(a+b) = \sinh a \cosh b - \cosh a \sinh b$

۳۵- مساحت قسمت‌هایی از کره $x^2 + y^2 + z^2 = a^2$ که توسط استوانه $ax = a$ ($a > 0$) بریده شده، برابر کدام است؟

(۱) $2a(\pi - 2)$ (۲) $2a^2(\pi - 2)$

(۳) $a^2(\pi - 2)$ (۴) $a(\pi - 2)$

۳۶- تابع $f(x, y) = \begin{cases} \frac{xy(x-y)}{x^2+y^2}, & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0, & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$ مفروض است. کدام یک از گزینه‌های زیر در مورد این تابع صحیح است؟

(۱) تابع در $(0, 0)$ پیوسته است اما مشتق‌پذیر نیست.

(۲) تابع در $(0, 0)$ پیوسته نیست و مشتق‌پذیر هم نیست.

(۳) تابع در $(0, 0)$ پیوسته است و مشتق‌پذیر هم هست.

(۴) مشتق جهتی تابع f در مبدأ و در امتداد بردار یکه $u = (u_1, u_2)$ صفر است.

۳۷- تابع برداری $\vec{r}(t) = (Lnt)\hat{i} + (\sqrt{2}t)\hat{j} + \frac{t^2}{\gamma}\hat{k}$ به ازای $t > 0$ مفروض است. بردارهای قائم دوّم یکه $\vec{B}(t)$ و مماس یکه $\vec{T}(t)$ و کمیت خمیدگی (انحنای) $K(t)$ کدام است؟

(۱) $\vec{B}(t) = \frac{t^2\hat{i} - \sqrt{2}t\hat{j} + \hat{k}}{t^2+1}$, $\vec{T}(t) = \frac{\hat{i} + \sqrt{2}t\hat{j} + t^2\hat{k}}{t^2+1}$, $K(t) = \frac{\sqrt{2}t}{(t^2+1)^2}$

(۲) $\vec{B}(t) = \frac{t^2\hat{i} + \sqrt{2}t\hat{j} + \hat{k}}{t^2+1}$, $\vec{T}(t) = \frac{\hat{i} + \sqrt{2}t\hat{j} + t^2\hat{k}}{t^2+1}$, $K(t) = \frac{\sqrt{2}t}{(t^2+1)^2}$

(۳) $\vec{B}(t) = \frac{t^2\hat{i} - \sqrt{2}t\hat{j} + \hat{k}}{t^2+1}$, $\vec{T}(t) = \frac{\hat{i} - \sqrt{2}t\hat{j} + t^2\hat{k}}{t^2+1}$, $K(t) = \frac{\sqrt{2}t}{(t^2+1)^2}$

(۴) $\vec{B}(t) = \frac{t^2\hat{i} - \sqrt{2}t\hat{j} + \hat{k}}{t^2+1}$, $\vec{T}(t) = \frac{\hat{i} + \sqrt{2}t\hat{j} + t^2\hat{k}}{t^2+1}$, $K(t) = \frac{\sqrt{2}t}{(t^2+1)}$

۳۸- مقادیر ماکزیمم مطلق و مینیمم مطلق تابع $f(x, y) = xye^{-x^2-y^2}$ کدام است؟

(۱) $\frac{1}{2}e$ و $-\frac{1}{2}e^{-1}$ (۲) $\frac{1}{2}$ و $-\frac{1}{2}$

(۳) $\frac{1}{2}e^{-1}$ و $-\frac{1}{2}e^{-1}$ (۴) $\frac{1}{2}e^{-2}$ و $-\frac{1}{2}e^{-2}$

۳۹- حد جواب معادله دیفرانسیل $ty' + (t+1)y = 2te^{-t}$ ، با شرط کمکی $y(1) = a$ در نقطه $t = 0$ برابر با صفر است. هرگاه a برابر باشد با:

(۱) $-\frac{1}{e}$ (۲) $-e$

(۳) $\frac{1}{e}$ (۴) e

۴۰- مسئله مقدار اولیه $(ye^{xy} \cos 2x - 2e^{xy} \sin 2x + 2x)dx + (xe^{xy} \cos 2x - 2)dy = 0$ با شرط اولیه

اینکه نمودار آن از مبدأ می‌گذرد. اگر نمودار مذکور از نقطه $(\frac{\pi}{4}, y_*)$ نیز عبور کند، مقدار y_* کدام است؟

$$\frac{\pi^2}{96} - \frac{1}{3} \quad (2) \qquad \frac{\pi^2}{48} - \frac{1}{3} \quad (1)$$

$$\frac{\pi^2}{48} + \frac{1}{3} \quad (4) \qquad \frac{\pi^2}{48} - \frac{2}{3} \quad (3)$$

۴۱- جواب کلی معادله دیفرانسیل $xy'' + (1-2x)y' + (x-1)y = 0$ کدام است؟

$$y = c_1 e^{-x} + c_2 e^x \ln x \quad (2) \qquad y = c_1 e^x + c_2 e^{-x} \ln x \quad (1)$$

$$y = c_1 e^x + c_2 e^x \ln x \quad (4) \qquad y = c_1 e^{-x} + c_2 e^{-x} \ln x \quad (3)$$

۴۲- کدام گزینه جواب خصوصی معادله دیفرانسیل زیر نیست؟

$$x^2 \frac{d^2 y}{dx^2} + x^2 \frac{d^2 y}{dx^2} - 2x \frac{dy}{dx} + 2y = 2x^4$$

$$y_p(x) = \frac{1}{15} x^4 + x^{-2} \quad (2)$$

$$y_p(x) = \frac{1}{15} x^4 + 2x^{-1} \quad (1)$$

$$y_p(x) = \frac{1}{15} x^4 + 7x^2 \quad (4)$$

$$y_p(x) = \frac{1}{15} x^4 + 4x \quad (3)$$

۴۳- مسئله مقدار اولیه دستگاه معادلات دیفرانسیل زیر مطرح است:

$$\begin{cases} x_1' = x_1 - 2x_2 & , x_1(0) = -1, x_2(0) = 2 \\ x_2' = 2x_1 - 4x_2 \end{cases}$$

پاسخ آن کدام است؟

$$x_1(t) = -7e^{-t} + 6e^{-2t} \quad (2)$$

$$x_2(t) = -7e^{-t} + 9e^{-2t}$$

$$x_1(t) = -5e^{-t} + 4e^{-2t} \quad (1)$$

$$x_2(t) = -7e^{-t} + 9e^{-2t}$$

$$x_1(t) = -5e^{-t} + 4e^{-2t} \quad (4)$$

$$x_2(t) = -5e^{-t} + 7e^{-2t}$$

$$x_1(t) = -7e^{-t} + 6e^{-2t} \quad (3)$$

$$x_2(t) = -5e^{-t} + 7e^{-2t}$$

۴۴- در بسط لوران، مقدار اصلی $(1+z)^{\frac{1}{2}}$ حول $z=0$ ، ضرب z^2 برابر کدام است؟

$$0 \quad (2)$$

$$1 \quad (1)$$

$$\frac{13}{24} e \quad (4)$$

$$\frac{11}{24} e \quad (3)$$

۴۵- در مورد تابع مختلط $f(z) = \begin{cases} \frac{(\bar{z})^2}{z} & , z \neq 0 \\ 0 & , z = 0 \end{cases}$ کدام گزینه درست است؟

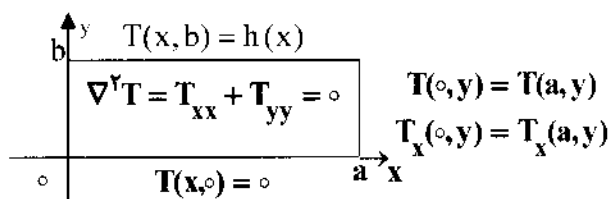
- (۱) در مبدأ $(0,0)$ روابط کشی - ریمان برقرار نیستند.
- (۲) در نقطه $z = 0$ تابع پیوسته نیست.
- (۳) در نقطه $z = 0$ تابع مشتق پذیر نیست چون روابط کشی - ریمان در مبدأ برقرار نیست.
- (۴) مشتقات جزئی مرتبه اول توابع حقیقی $\text{Re}f(z)$, $\text{Im}f(z)$ در $(0,0)$ پیوسته نیستند.

۴۶- مانده تابع $f(z) = e^z \sinh \frac{1}{z}$ حول $z = 0$ برابر کدام است؟

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(n!)(n+1)!} \quad (۲) \qquad \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(2n!)(2n+1)!} \quad (۱)$$

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(2n+1)!(n)!} \quad (۴) \qquad \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(2n)!(n+1)!} \quad (۳)$$

۴۷- پایه متعامد موردنیاز برای استفاده در حل مسئله مقدار مرزی زیر از طریق جداسازی متغیرها، کدام است؟ (h تابعی تگه‌ای هموار مفروض)



$$\frac{1}{2}, \sin \frac{\pi x}{a}, \cos \frac{\pi x}{a}, \dots, \sin \frac{n\pi x}{a}, \cos \frac{n\pi x}{a}, \dots \quad (۱)$$

$$\frac{1}{2}, \sin \frac{\gamma\pi x}{a}, \cos \frac{\gamma\pi x}{a}, \dots, \sin \frac{\gamma n\pi x}{a}, \cos \frac{\gamma n\pi x}{a}, \dots \quad (۲)$$

$$\frac{1}{2}, \sin \frac{\pi x}{a}, \cos \frac{\pi x}{a}, \dots, \sin \frac{(\gamma n - 1)\pi x}{a}, \cos \frac{(\gamma n - 1)\pi x}{a}, \dots \quad (۳)$$

$$\sin \frac{\gamma\pi x}{a}, \cos \frac{\gamma\pi x}{a}, \dots, \sin \frac{\gamma n\pi x}{a}, \cos \frac{\gamma n\pi x}{a}, \dots \quad (۴)$$

۴۸- سری فوریه کسینوسی نیم دامنه تابع $f(x) = x(L-x)$, $0 \leq x \leq L$ ، کدام است؟

$$\frac{L^2}{3} - \sum_{m=1}^{\infty} \frac{L^2}{(m\pi)^2} \cos \frac{\gamma m\pi x}{L} \quad (۲) \qquad \frac{L^2}{4} + \sum_{m=1}^{\infty} \frac{4L^2}{4(m\pi)^2} \cos \frac{\gamma m\pi x}{L} \quad (۱)$$

$$\frac{L^2}{6} - \sum_{m=1}^{\infty} \frac{4L^2}{(\gamma m - 1)^2 \pi^2} \cos \frac{(\gamma m - 1)\pi x}{L} \quad (۴) \qquad \frac{L^2}{6} - \sum_{m=1}^{\infty} \frac{4L^2}{4(m\pi)^2} \cos \frac{\gamma m\pi x}{L} \quad (۳)$$

۴۹- جواب معادله انتگرال زیر، کدام است؟

$$\int_0^{\infty} f(x) \cos(\omega x) dx = \begin{cases} 1-\omega & 0 \leq \omega \leq 1 \\ 0 & \omega > 1 \end{cases}$$

$$\frac{2(1-\cos x)}{\pi x} \quad (2) \qquad \frac{2(1+\cos x)}{\pi x} \quad (1)$$

$$\frac{2(1-\cos x)}{\pi x^2} \quad (4) \qquad \frac{2(1+\cos x)}{\pi x^2} \quad (3)$$

۵۰- تبدیل فوریه تابع $\frac{\sin t}{t}$ ، یعنی $\int_{-\infty}^{\infty} e^{-i\omega t} \frac{\sin t}{t} dt$ کدام است؟

$$\frac{1}{|\omega|+1} \quad (2) \qquad \frac{1}{\omega^2+1} \quad (1)$$

$$\begin{cases} 0 & , \quad \omega < -1 \\ \frac{\pi}{2} & , \quad -1 < \omega < 1 \\ 0 & , \quad \omega > 1 \end{cases} \quad (4)$$

$$\begin{cases} 0 & , \quad \omega < -1 \\ \pi & , \quad -1 < \omega < 1 \\ 0 & , \quad \omega > 1 \end{cases} \quad (3)$$

حرارت و سیالات (ترمودینامیک، مکانیک سیالات، انتقال حرارت)

۵۱- مقداری هوای مرطوب را گرم کرده پس از اسپری آب با دمای محیط عبور می‌دهیم، نقطه شبنم و رطوبت نسبی آن به ترتیب چگونه تغییر می‌کنند؟

- (۱) کاهش می‌یابد - ممکن است کاهش یابد
(۲) افزایش می‌یابد - حتماً افزایش می‌یابد
(۳) کاهش می‌یابد - حتماً افزایش می‌یابد
(۴) افزایش می‌یابد - ممکن است کاهش یابد

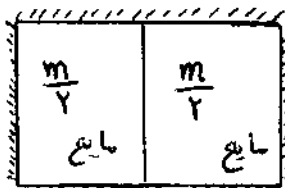
۵۲- یک سیستم بسته که جداره آن عایق حرارتی و جرم کل m است، مطابق شکل زیر از مخلوط دو مایع یکسان با جرم‌های مساوی $(\frac{m}{2})$ و با دماهای اولیه T_1 ، T_2 تشکیل شده است. غشای بین دو قسمت خود به خود پاره شده و دو مایع با یکدیگر مخلوط می‌شوند. مایع تراکم‌ناپذیر و ظرفیت گرمایی آن C است. انتروپی تولیدی طی این فرآیند، کدام است؟

$$\frac{mc}{2} \ln \left[\frac{(T_1 + T_2)^2}{2 T_1 T_2} \right] \quad (1)$$

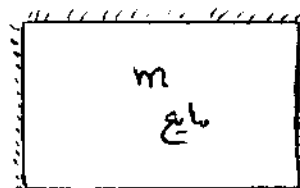
(۲)

$$s_{gen} = mc \ln \left[\frac{T_1 + T_2}{2(T_1 T_2)^{1/2}} \right] \quad (3)$$

$$mc \frac{(T_1 + T_2)^2}{2(T_1 T_2)} \quad (4)$$



حالت اول



حالت نهایی