

به نام خدا

**سری هفتم تمرین‌های کلاس حل تمرین ریاضی عمومی**  
(آموزشگاه‌های پژوهش و عمران پایه)

تابستان ۹۶

۸۰. فرض کنید  $R$  مثلث به رئوس  $(0, 2)$  و  $(2, 2)$  و  $(1, 0)$  باشد، کدام گزینه برای  $I = \iint_R f(x, y) dA$  نادرست است؟ (دو گزینه نیک ۹۰)

$$I = \int_0^2 \int_{1-\frac{x}{2}}^{1+\frac{x}{2}} f(x, y) dx dy \quad (۱)$$

$$I = \int_0^1 \int_{-2x+2}^2 f(x, y) dy dx + \int_1^2 \int_{2-x}^2 f(x, y) dy dx \quad (۲)$$

$$I = \int_0^1 \int_{-2x+2}^{2-x} f(x, y) dy dx + \int_1^2 \int_0^{2-x} f(x, y) dy dx \quad (۳)$$

$$I = \int_0^1 \int_{-2x+2}^2 f(x, y) dy dx + \int_1^2 \int_1^{1+\frac{x}{2}} f(x, y) dx dy \quad (۴)$$

۱۲۸. مقدار  $\int_0^1 \int_x^1 \frac{y^2}{x^2+y^2} dy dx$  برابر است با: (علوم دریایی ۹۳)

$$\frac{\pi}{14} \quad (۴)$$

$$\frac{\pi}{12} \quad (۳)$$

$$\frac{\pi}{6} \quad (۲)$$

$$\frac{\pi}{4} \quad (۱)$$

۱۷۳. اگر  $f(x, y)$  تابعی انتگرال پذیر باشد، مقدار  $I = \int_1^2 \int_{\sqrt{2x-x^2}}^{\sqrt{2x-x^2}} f(x, y) dy dx$  با کدام عبارت زیر برابر است؟ MBA 92

$$\int_0^2 \int_{\sqrt{1-y^2}}^{1-\sqrt{1-y^2}} f(x, y) dx dy \quad (۴)$$

$$\int_0^1 \int_{\sqrt{1-y^2}}^{1+\sqrt{1-y^2}} f(x, y) dx dy \quad (۱)$$

$$\int_0^2 \int_{\sqrt{1-y^2}}^{1+\sqrt{1-y^2}} f(x, y) dx dy \quad (۴)$$

$$\int_0^1 \int_{\sqrt{1-y^2}}^{1-\sqrt{1-y^2}} f(x, y) dx dy \quad (۳)$$

۱۰۱. مقدار انتگرال  $\iint_D (1-2x-3y) dx dy$  که در آن  $D$  ناحیه  $x^2+y^2 \leq 4$  می باشد، کدام است؟ (فصل برداری ۹۳)

$$4\pi \quad (۴)$$

$$2\pi \quad (۳)$$

$$\pi \quad (۲)$$

$$0 \quad (۱)$$

۶. متوسط تابع  $f(x, y) = |x| + |y|$  بر ناحیه  $|x| + |y| \leq 1$  چقدر است؟ (خودآزمایی ۶ - سبک ۲)

$$\frac{1}{6} \quad (۴)$$

$$\frac{1}{3} \quad (۳)$$

$$\frac{4}{3} \quad (۲)$$

$$\frac{2}{3} \quad (۱)$$

۱۲۱. حاصل انتگرال  $\int_0^1 \int_y^{\sqrt{2-y^2}} \sqrt{x^2+y^2} dx dy$  برابر است با: (سنجی ۸۳)

$$\frac{\pi\sqrt{2}}{3} \quad (۴)$$

$$\pi\sqrt{2} \quad (۳)$$

$$\frac{\pi\sqrt{2}}{6} \quad (۲)$$

$$\frac{\pi}{6} \quad (۱)$$

۱۳۸. مقدار  $\iint_R \frac{x^2}{y^2} dx dy$  که در آن  $R$  ناحیه محصور به منحنی های  $x=2$  و  $y=x$  و  $xy=1$  می باشد، برابر کدام

است؟ (سبک طبیعی ۹۳)

$$\frac{9}{4} \quad (۴)$$

$$\frac{7}{2} \quad (۳)$$

$$\frac{7}{3} \quad (۲)$$

$$\frac{4}{9} \quad (۱)$$

۳۳. مساحت ناحیه محدود به خم‌های  $y^2 = \beta x$  و  $y^2 = \alpha x$  و  $xy = b$  و  $xy = a$  با شرط  $0 < a < b$  و  $0 < \alpha < \beta$  که در ربع اول مختصات قرار دارند، عبارت است از: (معاینه ۸۵)

$\frac{1}{4}(\beta - \alpha) \ln \frac{b}{a}$  (۴)     
 $\frac{1}{4}(\alpha - \beta) \ln \frac{a}{b}$  (۳)     
 $\frac{1}{4}(a - b) \ln \frac{\alpha}{\beta}$  (۲)     
 $\frac{1}{4}(b - a) \ln \frac{\beta}{\alpha}$  (۱)

۶۶. مقدار  $\iint_R e^{x+y} \cos(x-y) dx dy$  روی ناحیه  $R = \{(x, y) : 0 \leq x \leq \frac{\pi}{4}, 0 \leq y \leq \frac{\pi}{4}\}$  کدام است؟ (فلسفه علم ۹۱)

$\frac{1+e^\pi}{2}$  (۴)     
 $\frac{1+e^{\frac{\pi}{4}}}{2}$  (۳)     
 $\frac{1-e^{\frac{\pi}{4}}}{2}$  (۲)     
 $\frac{1-e^\pi}{2}$  (۱)

اگر  $I = \int_1^2 f(u) du$  و  $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid 1 < xy < 2, 1 < x^2 - y^2 < 5\}$  باشد، آنگاه  $\iint_D f(xy)(x^2 + y^2) dx dy$

کدام است؟ ۹۶ MBA

$\frac{1}{2}$  (۱)  
 $1$  (۲)  
 $21$  (۳)  
 $\frac{1}{4}$  (۴)

مقدار انتگرال  $\iiint_R \sin(\pi y^2) dv$  که در آن  $R$  هرم به رئوس  $(0, 0, 0), (0, 1, 0), (1, 1, 0), (0, 1, 1), (1, 1, 1)$  و  $(0, 1, 1)$  است، کدام است؟ ۹۵ علوم کامپیوتر

۹۵ علوم کامپیوتر

$\frac{2}{3\pi}$  (۱)  
 $\frac{4}{3\pi}$  (۲)  
 $\frac{2}{4\pi}$  (۳)  
 $\frac{2}{2\pi}$  (۴)

۸۰. انتگرال  $\int_{-1}^1 \int_{-\sqrt{1-y^2}}^{\sqrt{1-y^2}} \int_{-\sqrt{1-z^2-y^2}}^{\sqrt{1-z^2-y^2}} xyz dz dx dy$  در مختصات استوانه‌ای برابر است با: (رئوس معین ۸۹)

$\int_0^\pi \int_0^1 \int_{-\sqrt{1-r^2}}^{\sqrt{1-r^2}} r^2 dz dr d\theta$  (۲)     
 $\int_0^{2\pi} \int_0^1 \int_{-\sqrt{1-r^2}}^{\sqrt{1-r^2}} zr^2 \sin \theta \cos \theta dz dr d\theta$  (۱)  
 $\int_0^\pi \int_0^1 \int_{-\sqrt{1-r^2}}^{\sqrt{1-r^2}} r^2 z^2 dz dr d\theta$  (۴)     
 $\int_0^{2\pi} \int_0^1 \int_{-\sqrt{1-r^2}}^{\sqrt{1-r^2}} r^2 dz dr d\theta$  (۳)

۷۹. حجم قسمتی از کره  $x^2 + y^2 + z^2 = 2az$  ( $a > 0$ ) که خارج از مخروط  $x^2 + y^2 - z^2 = 0$  می باشد،

کدام است؟ ( خود آزمایی ۴ - سطح ۲ )

- (۱)  $\frac{1}{4}\pi a^2$  (۲)  $\frac{1}{3}\pi a^2$  (۳)  $\frac{2}{3}\pi a^2$  (۴)  $\frac{1}{3}\pi a^2$

۱۸. حجم ناحیه به معادلات  $1 \leq 2x + y + z \leq 2$  و  $0 \leq x + 2y + z \leq 2$  و  $-1 \leq x + y + 2z \leq 2$  برابر

است با: ( خود آزمایی ۴ - سطح ۲ )

- (۱)  $\frac{3}{4}$  (۲)  $\frac{9}{2}$  (۳) ۳۶ (۴)  $\frac{9}{4}$

۱۱.  $W$  قسمتی از داخل بیضی گون  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$  است که در هر نقطه از آن هر سه مؤلفه دارای

علامتهای یکسان باشند. حاصل  $\iiint_W \exp\left(\sqrt{\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2}}\right) dx dy dz$  برابر است با: ( خود آزمایی ۴ - سطح ۲ )

- (۱)  $4\pi abc(e-2)$  (۲)  $\pi abc(e-2)$  (۳)  $\frac{\pi}{4} abc(e-2)$  (۴)  $2\pi abc(e-2)$

۲۰. کلیه مقادیر ممکن برای  $\alpha$  به طوری که انتگرال ناسره  $\iiint \frac{dx dy dz}{(x^2 + y^2 + z^2)^\alpha}$  روی ناحیه  $x^2 + y^2 + z^2 \leq 1$  همگرا باشد، کدام است؟ ( خود آزمایی ۴ - سطح ۲ )

- (۱)  $\alpha < 2$  (۲)  $\alpha < 1$  (۳)  $\alpha < \frac{2}{3}$  (۴)  $\alpha < \frac{1}{3}$

۱۷.  $W$  یک جسم فلزی است که با معادلات  $\sqrt{x^2 + y^2} \leq z \leq 1$  توصیف شده و چگالی هر نقطه از آن برابر

مربع فاصله آن نقطه تا محور  $z$  است. جرم جسم چقدر است؟ خود آزمایی ۴ سطح ۲

- (۱)  $\frac{\pi}{10}$  (۲)  $\frac{\pi}{5}$  (۳)  $\frac{\pi}{2}$  (۴)  $\frac{\pi}{3}$