

به نام خدا

سری سوم تمرینات کلاس حل تمرین ریاضی عمومی ۲و۱

مؤسسه پژوهش

تحت نظارت مستقیم استاد آقاسی

تابستان و پاییز ۱۳۹۸

همانطور که جورج پولیا ریاضی‌دان مجارستانی در جایی گفته: "اگر میخواهید شنا یاد بگیرید شجاعانه وارد آب شوید و اگر میخواهید مساله‌ها را یاد بگیرید آنها را حل کنید!" در این کلاس هم قصد داریم با حل کردن تستهای هدفمند علاوه بر مرور و تمرین مطالب درسی مهارت دانشجویان را نیز افزایش دهیم و همچنین اشکالات و سوالاتی که دانشجویان روزانه با آنها برخورد میکنند را برطرف سازیم. کلاس حل تمرین ریاضی عمومی ۲۰۱ دوره درس و تست استاد آقاسی در ۸ جلسه ۳ ساعته تنظیم شده و گردآوری تست‌ها تحت نظر مستقیم ایشان طوری صورت گرفته که بهترین پوشش را برای تمرین هرچه بیشتر شما فراهم کند. لازم بذکر است سوالات کلاس حل تمرین هیچ اشتراکی با سوالات کلاس درس و تست، نکته و تست و جمع بندی نخواهند داشت.

تذکره (۱): تمرینات به مرور در اختیار دانشجویان قرار خواهد گرفت و انتظار می‌رود دانشجویان قبل از برگزاری هر جلسه نسبت به حل سوالات آن جلسه اقدام کنند تا کلاس حل تمرین بیشترین بازدهی را برایشان داشته باشد.

تذکره (۲): سوالات انتخاب شده ترکیبی از تست‌های کنکور و تست‌های تالیفی استاد آقاسی هستند. در بعضی از تست‌ها فقط واژه تالیفی را خواهید دید که آن به این معناست که تست در جلد ۱ آورده نشده و جز تست‌های تالیفی استاد آقاسی در کلاس‌ها و آزمون‌های سال‌های گذشته است.

با آرزوی موفقیت

آرش محمدی

۱. در مورد انتگرال‌های غیرمتعارف $I = \int_0^1 \frac{\sin 2x}{x^2 + x^3} dx$ و $J = \int_0^{+\infty} \frac{2 + \sin(\sin x)}{\sqrt{x} + e^x} dx$ کدام گزینه درست است؟

- (۱) I و اگر، J و اگر (۲) I همگرا، J و اگر (۳) I و اگر، J همگرا (۴) I همگرا، J همگرا

(تالیفی)

۲. کدامیک از انتگرال‌های زیر همگراست؟

- (۱) $\int_1^{+\infty} \frac{e^x(x+2)}{x\sqrt{x}} dx$ (۲) $\int_1^{+\infty} \frac{2 + \cos x}{\sqrt{x}} dx$ (۳) $\int_0^{+\infty} \frac{\cos x}{\cosh x} dx$ (۴) $\int_0^1 \frac{dx}{\ln x}$
(خودآزمایی ۴ سطح ۲)

۳. حاصل $\int_0^{+\infty} \left(\frac{1}{\sqrt{x^2+1}} - \frac{1}{x+2} \right) dx$ برابر است با:

- (۱) $\ln 2$ (۲) صفر (۳) $\ln 4$ (۴) و اگر (تالیفی)

۴. اگر $\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-x^2} dx = \sqrt{\pi}$ باشد، مقدار $\int_0^{+\infty} x^2 e^{-x^2} dx$ کدام است؟

- (۱) $\sqrt{\pi}$ (۲) $\frac{\pi}{2}$ (۳) $\frac{\pi\sqrt{2}}{2}$ (۴) $\frac{\sqrt{\pi}}{4}$
(علوم کامپیوتر ۸۳)

۵. حاصل $\int_{-1}^1 \frac{dx}{\sqrt{-\ln^2 x^2}}$ برابر است با:

- (۱) $\frac{3\sqrt{\pi}}{4\sqrt{2}}$ (۲) $\frac{2\sqrt{\pi}}{2\sqrt{2}}$ (۳) $\frac{\sqrt{\pi}}{2\sqrt{2}}$ (۴) و اگر است (تالیفی)

۶. حاصل $\int_0^1 \frac{x^{1393}(1-x)^{2014}}{(1+x)^{3409}} dx$ کدام است؟

- (۱) $\frac{(2014)!(1393)!}{2^{1394} \times (3408)!}$ (۲) $\frac{(2015)!(1394)!}{2^{1394} \times (3410)!}$ (۳) $\frac{(2014)!(1393)!}{2^{1393} (3408)!}$ (۴) $\frac{(2015)!(1394)!}{2^{1393} \times (3410)!}$ (تالیفی)

۷. مساحت ناحیه محصور به شاخه‌های منحنی $(y-x)^2 = x^2$ و خط $x=1$ کدام است؟

- (۱) $\frac{3}{4}$ (۲) $\frac{5}{4}$ (۳) $\frac{4}{5}$ (۴) $\frac{4}{3}$
(ریاضی ۹۸)

۸. ناحیه محدود بین نمودار $f(x) = \sin x \sqrt{\cos^2 x}$ و محور x ها در فاصله $0 \leq x \leq \frac{\pi}{4}$ را حول محور x ها دوران

می‌دهیم. حجم جسم حاصل کدام است؟

- (تالیفی)
- (۱) $\frac{\pi}{3}$ (۲) $\frac{2\pi}{15}$ (۳) $\frac{4\pi}{15}$ (۴) $\frac{\pi}{5}$

۹. ناحیه محدود بین منحنی‌های $y = 3 - x^2$ و $y = -x + 3$ را حول محور x دوران می‌دهیم. حجم جسم حاصل کدام است؟

- (ریاضی ۹۸)
- (۱) $\frac{13}{15}\pi$ (۲) $\frac{14}{15}\pi$ (۳) $\frac{4\pi}{5}$ (۴) $\frac{16\pi}{15}$

۱۰. ناحیه واقع بین نمودار $y = e^{-x^2}$ و محور x ها و بین دو خط $x = 1$ و $x = -1$ را حول محور y ها دوران می‌دهیم. حجم جسم حاصل کدام است؟

- (تالیفی)
- (۱) πe^{-1} (۲) $\pi(1 - e^{-1})$ (۳) $2\pi(1 - e^{-1})$ (۴) $2\pi e^{-1}$

۱۱. حجم حاصل از دوران ناحیه بین منحنی‌های $y = \sin x$ و $y = x$ حول محور y ها برای $0 \leq x \leq \frac{\pi}{4}$ کدام است؟

- (معدن ۹۷)
- (۱) $\pi + \frac{\pi^5}{12}$ (۲) $-2\pi + \frac{\pi^4}{12}$ (۳) $2\pi + \frac{\pi^4}{12}$ (۴) $-\pi + \frac{\pi^5}{12}$

۱۲. ناحیه محدود به نمودار $x = y^2 + y$ و محور عرضها و خط $y = 1$ حول محور y ها دوران می‌کند.

حجم جسم حاصل کدام است؟

- (تالیفی)
- (۱) $\frac{91\pi}{105}$ (۲) $\frac{23\pi}{35}$ (۳) $\frac{184\pi}{105}$ (۴) $\frac{92\pi}{105}$

۱۳. قاعده جسمی قائم مثلث به رئوس $(0,0)$ و $(0,2)$ و $(2,0)$ است و مقطع عرضی عمود بر محور x ها با جسم یک مربع

می‌باشد. حجم این جسم برابر است با:

- (تالیفی)
- (۱) $\frac{8}{3}$ (۲) $\frac{32}{3}$ (۳) $\frac{4}{3}$ (۴) $\frac{10}{3}$

۱۴. طول نمودار تابع با ضابطه $1 \leq x \leq 3$ و $y = f(x) = \ln(\sqrt{\tanh x})$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{2} \ln\left(\frac{\sinh 3}{\sinh 1}\right)$ (۲) $\ln\left(\frac{\sinh 6}{\sinh 2}\right)$ (۳) $\ln\left(\frac{\sinh 3}{\sinh 1}\right)$ (۴) $\frac{1}{2} \ln\left(\frac{\sinh 6}{\sinh 2}\right)$

(فلسفه علم ۸۷)

۱۵. اگر خم به معادله $f(x) = \int_0^x \sqrt{e^{2t^2} + 2e^{t^2}} dt$ را برای $0 \leq x \leq 1$ حول محور y دوران دهیم، مساحت سطح دورانی حاصل کدام است؟

- (۱) π (۲) e (۳) πe (۴) $\pi + e$

(ژئوفیزیک ۹۲)

۱۶. ناحیه مثلثی با رئوس $(0, -1)$ و $(1, 0)$ و $(0, 1)$ در صفحه xy حول خط $x = -1$ دوران داده می‌شود. حجم جسم دوار حاصل کدام است؟

- (۱) $\frac{2\pi}{3}$ (۲) $\frac{4\pi}{3}$ (۳) $\frac{8\pi}{3}$ (۴) $\frac{14\pi}{3}$

(عمران آزاد ۹۲)

۱۷. زاویه بین خط مماس بر نمودار خم قطبی $r = a(1 - \cos \theta)$ با پرتو $\theta = \frac{\pi}{3}$ در نقطه تقاطع برابر است با:

- (۱) $\frac{\pi}{4}$ (۲) $\frac{\pi}{3}$ (۳) $\frac{\pi}{2}$ (۴) π

(مواد ۹۰)

۱۸. مساحت ناحیه درون خم $r = 2a \cos 2\theta$ و خارج $r = a\sqrt{2}$ ($a > 0$) چقدر است؟

- (۱) $\frac{1}{3}a^2$ (۲) a^2 (۳) $2a^2$ (۴) $4a^2$

(خودآزمایی ۵ سطح ۲)

۱۹. مساحت ناحیه محدود مشترک بین دو منحنی $r = 2(1 + \sin \theta)$ و $r = 2(1 + \cos \theta)$ ، کدام است؟

- (۱) $9\pi - 2 - 8\sqrt{2}$ (۲) $6\pi - 8\sqrt{2}$ (۳) $\frac{9\pi}{2} - 1 - 4\sqrt{2}$ (۴) $3\pi - 4\sqrt{2}$

(مکانیک ۹۶)

۲۰. طول قسمتی از نمودار $r = 1 - \cos \theta$ که در ربع سوم صفحه مختصات قرار می‌گیرد، کدام است؟

- (۱) $\sqrt{2}$ (۲) $4 - 2\sqrt{2}$ (۳) $2 - \sqrt{2}$ (۴) $2\sqrt{2}$

(تالیفی)