

به نام خدا

## سری پنجم تمرینات کلاس حل تمرین ریاضی عمومی ۲۱

مؤسسه پژوهش

تحت نظارت مستقیم استاد آقاسی

تابستان و پاییز ۱۳۹۸

همانطور که جورج پولیا ریاضی‌دان مجارستانی در جایی گفته: "اگر میخواهید *شنا* یاد بگیرید شجاعانه وارد آب شوید و اگر میخواهید *مساله* ها را یاد بگیرید آنها را حل کنید!" در این کلاس هم قصد داریم با حل کردن تستهای هدفمند علاوه بر مرور و تمرین مطالب درسی مهارت دانشجویان را نیز افزایش دهیم و همچنین اشکالات و سوالاتی که دانشجویان روزانه با آنها برخورد میکنند را برطرف سازیم. کلاس حل تمرین ریاضی عمومی ۲۰۱ دوره درس و تست استاد آقاسی در ۸ جلسه ۳ ساعته تنظیم شده و گردآوری تست ها تحت نظر مستقیم ایشان طوری صورت گرفته که بهترین پوشش را برای تمرین هرچه بیشتر شما فراهم کند. لازم بذکر است سوالات کلاس حل تمرین هیچ اشتراکی با سوالات کلاس درس و تست، نکته و تست و جمع بندی نخواهند داشت.

**تذکره (۱):** تمرینات به مرور در اختیار دانشجویان قرار خواهد گرفت و انتظار می‌رود دانشجویان قبل از برگزاری هر جلسه نسبت به حل سوالات آن جلسه اقدام کنند تا کلاس حل تمرین بیشترین بازدهی را برایشان داشته باشد.

**تذکره (۲):** سوالات انتخاب شده ترکیبی از تست های کنکور و تست های تالیفی استاد آقاسی هستند. در بعضی از تست ها فقط واژه تالیفی را خواهید دید که آن به این معناست که تست در جلد ۱ آورده نشده و جز تست های تالیفی استاد آقاسی در کلاس ها و آزمون های سال های گذشته است.

با آرزوی موفقیت

آرش محمدی

۱. ضریب  $x^9$  در بسط مکلوین تابع  $\frac{\sin x}{1+x^2}$  به ازای  $|x| < 1$  کدام است؟

(مکانیک ۹۸)

(۱)  $1 - \frac{1}{5!} - \frac{1}{9!}$

(۲)  $1 + \frac{1}{5!} + \frac{1}{9!}$

(۳)  $1 + \frac{1}{5!} - \frac{1}{9!}$

(۴)  $1 - \frac{1}{5!} + \frac{1}{9!}$

۲. ضریب  $x^2$  در بسط مک لورن  $f(x) = e^{e^x}$  چقدر است؟

(۴)  $\frac{5}{6}e$

(۳)  $\frac{2}{3}e$

(۲)  $\frac{1}{3}e$

(۱)  $\frac{1}{4}e$

(تالیفی)

۳. مقدار مشتق پنجم  $f(x) = \frac{x}{1-x^2}$  در  $x=0$  کدام است؟

(۴) ۱

(۳) -۱

(۲) -۱۲۰

(۱) ۱۲۰

(آمار ۹۴)

۴. مقدار  $S_n = \frac{1}{1 \times 2 \times 3} + \dots + \frac{1}{n(n+1)(n+2)}$  چقدر است؟

(۴)  $\frac{n(n+3)}{2(n+1)(n-2)}$

(۳)  $\frac{n(n+3)}{4(n+1)(n+2)}$

(۲)  $\frac{n(n+3)}{4(n-1)(n+2)}$

(۱)  $\frac{n(n-3)}{4(n+1)(n+2)}$

(ریاضی کاربردی - آزاد ۸۸)

۵. مقدار  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1 \times 1! + 2 \times 2! + \dots + n \times n!}{(n+1)!}$  برابر کدام است؟

(۴)  $+\infty$

(۳)  $e$

(۲) ۱

(۱) ۰

(نقشه برداری ۹۲)

۶. حاصل  $\sum_{k=1}^m \cos \frac{2k\pi}{m}$  برای  $m > 1$  کدام است؟

(۴)  $\frac{m-2}{m}$

(۳)  $(\frac{1}{2})^m$

(۲) ۱

(۱) صفر

(مدیریت کسب و کار ۸۸)

۷. مقدار  $\sum_{n=-\infty}^{+\infty} \frac{(n+\sqrt{2})}{2^n}$  کدام است؟

(۴)  $2+2\sqrt{2}$

(۳)  $2+\sqrt{2}$

(۲)  $2\sqrt{2}-2$

(۱)  $2-\sqrt{2}$

(دکتری مهندسی پزشکی ۹۷)

۸. سری مکلاورن تابع  $f(x) = \frac{x}{(1-x^2)^2}$  در فاصله  $|x| < 1$ ، کدام است؟

(علوم کامپیوتر ۹۸)

$$\sum_{n=1}^{\infty} nx^{2n+1} \quad (۱)$$

$$\frac{1}{2} \sum_{n=1}^{\infty} nx^{2n-1} \quad (۲)$$

$$\sum_{n=0}^{\infty} (n+1)x^{2n+1} \quad (۳)$$

$$\frac{1}{2} \sum_{n=0}^{\infty} (n+1)x^{2n+1} \quad (۴)$$

۹. مقدار سری  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{2^n (n+1)!}$  برابر است با:

(۱)  $2 - \sqrt{e}$       (۲)  $\sqrt{e} - 1$       (۳)  $2 + e^2$       (۴)  $e^2 - 2$   
(تالیفی)

۱۰. اگر  $\theta$  زاویه بین دو بردار  $(1, 1, \dots, 1)$  و  $(1, 2, \dots, n)$  در  $\mathbb{R}^n$  باشد، آنگاه  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \theta$  برابر است با:

(۱)  $\frac{\pi}{6}$       (۲)  $\frac{\pi}{4}$       (۳)  $\frac{\pi}{3}$       (۴)  $\frac{\pi}{2}$   
(فلسفه علم ۹۳)

۱۱. فرض کنید  $\vec{a}$  و  $\vec{b}$  دو بردار در فضای سه بعدی باشند به طوری که:

$$|\vec{a}| = 2, \quad |\vec{b}| = 3, \quad \vec{a} \cdot \vec{b} = 2$$

مساحت متوازی‌الاضلاع ساخته شده توسط بردارهای  $\vec{a} - \vec{b}$  و  $\vec{a} + 2\vec{b}$  برابر است با:

(۱)  $6\sqrt{2}$       (۲)  $12\sqrt{2}$       (۳)  $4\sqrt{2}$       (۴)  $12$   
(تالیفی)

۱۲. وضع نسبی خطوط  $\frac{x-1}{2} = \frac{1-y}{1} = \frac{z}{-2}$  و  $\begin{cases} x = 1-t \\ y = 2t \\ z = -1 \end{cases}$  کدام است؟

(۱) منطبق‌اند      (۲) متانفرند      (۳) متقاطع‌اند      (۴) موازی‌اند

(تالیفی)

۱۳. معادله صفحه‌ای که از مبدأ مختصات می‌گذرد و بر صفحات  $x + 2y + 2z = 0$  و  $2x + y - 2z + 5 = 0$

عمود می‌شود، کدام است؟

(۱)  $x - 2y + z = 0$       (۲)  $2x - 2y + z = 0$       (۳)  $2x - y + 2z = 0$       (۴)  $x - 2y + 2z = 0$

(علوم دریایی ۹۱)

۱۴. بردار ویژه متناظر  $\lambda = 3$  برای  $A = \begin{pmatrix} 4 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & -2 \\ 0 & 1 & 4 \end{pmatrix}$  موازی کدام بردار خواهد بود؟

- (۱)  $j+k$  (۲)  $i+j+k$  (۳)  $-j+k$  (۴)  $i-k$

(تالیفی)

۱۵. کلیه مقادیر ممکن برای پارامتر حقیقی  $\alpha$  به طوری که معادله  $x^2 - 4x + 3z^2 - 12z - y^2 + \alpha = 0$  مربوط به یک هذلولی گون دو پارچه باشد، عبارت است از:

- (۱)  $\alpha > 8$  (۲)  $\alpha < 16$  (۳)  $\alpha > 16$  (۴)  $\alpha < 8$

(تالیفی)

۱۶. منحنی فضایی با معادله برداری  $\vec{R} = ti + t^2j - t^3k$  داده شده است. صفحه شامل مماس و قائم اصلی

این منحنی در نقطه  $(1, 1, -1)$  محور  $x$  ها را با کدام طول قطع می کند؟

- (۱)  $\frac{1}{3}$  (۲)  $\frac{1}{3}$  (۳)  $-\frac{1}{3}$  (۴)  $-\frac{1}{3}$

(مدیریت کسب و کار ۸۳)

۱۷. طول قوس خم  $R(t) = 2e^t \vec{i} + e^t \sin 2t \vec{j} + e^t \cos 2t \vec{k}$  برای  $t \leq 0$  عبارت است از:

- (۱) ۳ (۲)  $\sqrt{5}$  (۳)  $2\sqrt{2}$  (۴)  $\sqrt{10}$

(تالیفی)

۱۸. انحنای منحنی  $\begin{cases} x = t + \sin t \\ y = t - \sin t \\ z = \sqrt{2} \cos t \end{cases}$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{1}{\sqrt{2}}$  (۲)  $\sqrt{2}$  (۳)  $2\sqrt{2}$  (۴)  $\frac{1}{2\sqrt{2}}$

(مدیریت کسب و کار ۹۶)

۱۹. شعاع انحنای خم  $y = \frac{x^2}{1+x^2}$  در نقطه  $(0, 0)$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{1}{4}$  (۲)  $\frac{2}{3}$  (۳)  $\frac{3}{2}$  (۴) ۲

(نقشه برداری ۹۳)

۲۰. تاب نمودار پارامتری  $R(t) = (t^2 + t, e^t, \sinh t)$  در نقطه برخورد نمودار با صفحه  $xy$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{1}{4}$  (۲)  $\frac{1}{2}$  (۳)  $\frac{1}{6}$  (۴)  $\frac{1}{\sqrt{6}}$

(تالیفی)