

به نام خدا

**سری دوم تمرین‌های کلاس حل تمرین ریاضی عمومی**  
(آموزشگاه‌های پژوهش و عمران پایه)

۱. بد تابع  $g(x) = x^2 + \frac{x}{2}$  در فاصله  $[-1, 3]$  چیست؟

(۱)  $[-4, +\infty)$  (۲)  $(-\infty, +\infty)$

(۳)  $\mathbb{R} - [-4, +4]$  (۴)  $\mathbb{R} - \{-4\}$

۲. ۱۳۱. نقطه  $M(x, y)$  بر روی منحنی  $y = x^2$  با سرعت ۲ واحد در ثانیه از مبدأ مختصات دور می‌شود.  $MP$  عمود بر  $OM$  و  $P$  روی محور  $y$  ها است. در لحظه‌ای که فاصله  $M$  از مبدأ مختصات  $2\sqrt{5}$  واحد باشد، سرعت افزایش مساحت  $OMP$  کدام است؟ (دو فنیک ۸۶)

(۱)  $\frac{8\sqrt{2}}{9}$  (۲)  $\frac{12\sqrt{5}}{9}$  (۳)  $\frac{7\sqrt{2}}{12}$  (۴)  $\frac{26\sqrt{5}}{9}$

۳. ۱۴۸. هر گاه برای تابعی  $f(0) = 0$  و برای هر  $x$  داشته باشیم  $f'(x) = \frac{1}{1+x^2}$  آنگاه کدام رابطه صحیح است؟ (عماری لستی ۸۸)

(۱)  $\frac{1}{4} < f(2) < \frac{2}{4}$  (۲)  $\frac{1}{5} < f(2) < \frac{1}{4}$  (۳)  $\frac{2}{5} < f(2) < 2$  (۴)  $1 < f(2) < 2$

۴. حاصل  $\int \frac{\cos 2x}{1 + \cos 2x} dx$  برابر است با: (خود آزمایی ۴ - سب ۲)

(۱)  $x - \tan x + c$  (۲)  $x + \frac{1}{4} \tan x + c$  (۳)  $x - \frac{1}{4} \tan x + c$  (۴)  $x + \tan x + c$

۵. ۲۴. مقدار انتگرال  $\int \frac{dx}{x\sqrt{x^2+2x-1}}$  کدام است؟ (۹۳ MBA)

(۱)  $\text{Arcsin}(\frac{1-x}{x\sqrt{2}}) + c$  (۲)  $\text{Arcsin}(\frac{x-1}{x\sqrt{2}}) + c$  (۳)  $\text{Arcsin}(\frac{x\sqrt{2}}{1-x}) + c$  (۴)  $\text{Arcsin}(\frac{x\sqrt{2}}{x-1}) + c$

۶. ۳۰. ثابت‌های  $a$  و  $b$  را به طریقی بیابید که رابطه  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{bx + \sin x} \int_0^x \frac{t^2}{\sqrt{a-t}} dt = -2$  برقرار باشد ( $a > 0$ ) (عمران ۷۸)

(۱)  $a = -1$  و  $b = -1$  (۲)  $a = 1$  و  $b = 1$  (۳)  $a = 1$  و  $b = -1$  (۴)  $a = -1$  و  $b = 1$

۴۲. فرض کنید تابع پیوسته  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  برای هر  $x \geq 1$  در رابطه  $f(x) = \exp\left(\int_1^x f(t) \sin t dt\right)$  صدق می‌کند. مقدار  $f\left(\frac{\pi}{2}\right)$  کدام است؟ (علوم کامپیوتر ۹۳)

۱)  $1 - \cos 1$     ۲)  $1 + \cos 1$     ۳)  $\frac{1}{1 + \cos 1}$     ۴)  $\frac{1}{1 - \cos 1}$

۸۴. تعداد جوابهای معادله  $2 = \int_0^x t^4 \cos(t^2) dt - 3x$  در بازه  $[0, 1]$  کدام است؟ (دو نوبت ۹۲)

۱) ۰    ۲) ۱    ۳) ۲    ۴) ۳

۴۴. برای  $a > 1$  داریم  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{dx}{a - \cos x} = \frac{\pi}{\sqrt{a^2 - 1}}$  مقدار  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{dx}{(\sqrt{2} - \cos x)^2}$  کدام است؟ (خود آرمی - ۴)

۱)  $\frac{2\pi}{2}$     ۲)  $5\pi$     ۳)  $\frac{7\pi}{2}$     ۴)  $\frac{5\pi}{2}$

۲. حاصل انتگرال  $\int_{\ln 2}^{\ln 3} \frac{1 - e^{-2x}}{1 + e^{-2x}} dx$  کدام است؟ (عمران ۹۳)

۱)  $\ln 3 - \ln 2$     ۲)  $3 \ln 2 - 2 \ln 3$     ۳)  $2 \ln 2 - \ln 3$     ۴)  $3 \ln 2 - \frac{1}{2} \ln 3$

۱۳۴. مقدار انتگرال معین  $\int_0^{\frac{\sqrt{2}}{2}} \frac{x \sin^{-1} x}{\sqrt{1 - x^2}} dx$  کدام است؟ (علوم دریایی ۹۳)

۱)  $\frac{\sqrt{2}}{2} \left(1 - \frac{\pi}{4}\right)$     ۲)  $\frac{1}{2} \left(1 - \frac{\pi}{4}\right)$     ۳)  $\frac{\sqrt{2}}{2} \left(1 + \frac{\pi}{4}\right)$     ۴)  $\frac{\pi}{4} \left(1 - \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$

۱۴۲. مقدار انتگرال  $\int_{-1}^1 (x \sin^7 x - x^5 \cos x + x^2) dx$  کدام است؟ (علوم دریایی ۹۱)

۱) ۰    ۲)  $\frac{1}{3}$     ۳)  $\frac{2}{3}$     ۴)  $\frac{3}{2}$

۱۱۲. مقدار انتگرال  $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\sin^2 x}{\sin x + \cos x} dx$  کدام است؟ (عمران نهم برداری - ۹۵)

۱)  $\frac{\pi}{4} - \frac{1}{4}$     ۲)  $\frac{\pi}{2} - \frac{1}{2}$     ۳)  $\frac{\pi}{4} + \frac{1}{4}$     ۴)  $\frac{\pi}{2} + \frac{1}{2}$

۸۲. فرض کنید  $f(x)$  تابعی مشتق پذیر است و  $f'(x) = \sinh x^2$  و  $f(1) = 0$  در این صورت  $\int_1^e f(x) dx$  برابر است با: (دو نوبت ۹۲)

۱)  $\frac{e}{2} - \frac{1}{2e}$     ۲)  $\frac{e}{2} + \frac{1}{2e}$     ۳)  $\frac{1}{2} \left(1 - \frac{e}{2} - \frac{1}{2e}\right)$     ۴)  $\frac{1}{2} \left(1 + \frac{e}{2} + \frac{1}{2e}\right)$

۷۶. حاصل  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} |\sin 2x| dx$  برابر است با: (تذکره آزمای سبعا اولی)

۱ (۱)      ۳ (۲)       $\frac{1}{2}$  (۳)       $\frac{3}{2}$  (۴)

مقدار  $\int_1^e \frac{(\sin \sqrt{x} + \cos \sqrt{x}) e^{-\sqrt{x}}}{2\sqrt{x}} dx$  کدام است؟ ژئوفیزیک ۹۵

(۱)  $\frac{1}{\sqrt{e}} (\cos(\frac{1}{\sqrt{e}}) - \cos 1)$   
 (۲)  $\frac{1}{e} (\cos(\frac{1}{\sqrt{e}}) - \cos 1)$   
 (۳)  $\frac{\cos(\frac{1}{\sqrt{e}})}{\sqrt{e}} - \frac{\cos 1}{e}$   
 (۴)  $\frac{1}{e} (\cos(\frac{1}{\sqrt{e}}) + \cos 1)$

۱۳۴. مقدار  $\int_{-1}^1 \frac{dx}{\sqrt{|1-x^2|}}$  کدام است؟ اقیانوس شناسی فیزیکی ۹۵

(۱)  $\frac{\pi}{2} - \ln(\sqrt{2} + \sqrt{3})$   
 (۲)  $\frac{\pi}{2} + \ln(\sqrt{2} - \sqrt{3})$   
 (۳)  $\pi$   
 (۴) تابع  $f(x) = \frac{1}{\sqrt{|1-x^2|}}$  در همسایگی  $x=1$  بی کران است لذا انتگرال بالا موجود نیست.

۱۴۴.  $\int_0^{\infty} \frac{\ln x}{1+x^2} dx$  کدام است؟ (معادله دینیک ۸۷)

۰ (۱)       $\infty$  (۲)      ۱ (۳)       $-\infty$  (۴)