

به نام خدا

سری چهارم تمرین‌های کلاس حل تمرین ریاضی عمومی
(آموزشگاه‌های پژوهش و عمران پایه)

۱۱. فرض کنید $z = \frac{(1+2i)(1+3i)(1+4i)}{(2-3i)(2-4i)}$ باشد، در این صورت مقدار $z\bar{z}$ کدام است؟ MBA 97

- $\frac{95}{26}$ (۴) $\frac{185}{26}$ (۳) $\frac{96}{25}$ (۲) $\frac{16}{25}$ (۱)

۱.

۱۷. اگر z_1 و z_2 و z_3 اعداد مختلط باشند که $|z_1|=|z_2|=|z_3|=1$ و $z_1+z_2+z_3=0$ ، آنگاه $\frac{1}{z_1} + \frac{1}{z_2} + \frac{1}{z_3}$ کدام است؟ دکتری هواشناسی ۹۵

- 1 (۴) $\frac{1}{2}$ (۳) 0 (۲) -1 (۱)

۲.

۲۲. اگر $z = \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i$ مقدار $e^{\pi z}$ کدام است؟ (MBA ۹۰)

- $\frac{1}{e}$ (۴) e (۳) -1 (۲) 1 (۱)

۳.

۳۹. اگر a و b ریشه‌های معادله $z^2 - 2z + 2 = 0$ باشند حاصل $(a+b)^2 - a^2 - b^2$ کدام است؟ (MBA ۱۸۹)

- 2 (۴) 64 (۳) $\frac{1}{2}$ (۲) 0 (۱)

۴.

۴۱. اعداد مختلط z و z^2 رئوس یک مثلث متساوی الساقین و قائم الزاویه با رأس قائمه در 1 هستند، کدامیک مقادیر زیر می‌تواند باشد؟ (خود آزمایی ۲ - مسأله ۲)

- $\frac{1}{\sqrt{2}}(1+i)$ (۴) $\frac{-1+i\sqrt{5}}{2}$ (۳) $-1+i$ (۲) $i+1$ (۱)

۵.

۴۲. یکی از ریشه‌های معادله $z^3 - 4z^2 + 2z = 1$ به صورت $r(\cos\theta + i\sin\theta)$ است. کمترین مقدار θ در بازه $[\frac{2\pi}{3}, 2\pi]$ برابر است با: (خود آزمایی ۲ - مسأله ۲)

- $\frac{2\pi}{3}$ (۴) π (۳) $\frac{2\pi}{4}$ (۲) $\frac{\pi}{2}$ (۱)

۶.

۱۶. تعداد جواب‌های معادله $z^2 = i\bar{z}$ ، کدام است؟ دکتری آمار ۹۵

- 4 (۴) 3 (۳) 2 (۲) 1 (۱)

۷.

۲۷- کلیه نقاط $z = x + iy$ در صفحه مختلط که به ازای آنها $\operatorname{Re}\left(\frac{z-i}{z+i}\right) < 1$ و $\operatorname{Im}\left(\frac{z-i}{z+i}\right) > a$ ($a > 0$ ثابت).

کدام است؟ برق و مکانیک ۹۷

(۱) نقاط Z نیمه پایینی بیرون دایره به مرکز $(-1, -\frac{1}{a})$ و به شعاع $\frac{1}{a}$

(۲) نقاط Z نیمه بالایی بیرون دایره به مرکز $(-1, -\frac{1}{a})$ و به شعاع $\frac{1}{a}$

(۳) نقاط Z نیمه پایینی دایره به مرکز $(-1, -\frac{1}{a})$ و به شعاع $\frac{1}{a}$

(۴) نقاط Z نیمه بالایی دایره به مرکز $(-1, -\frac{1}{a})$ و به شعاع $\frac{1}{a}$

۸

۶۷. به ازای کدام اعداد مختلط، $\sin(i\bar{z}) = \overline{\sin(iz)}$ است؟

(برق، هوافضا، مهندسی پزشکی، مهندسی شیمی، سیستم‌های انرژی، هسته‌ای، پلیمر)

(۱) $z_k = (k\pi - \frac{\pi}{4})i$ (۲) $z_k = k\pi i$ (۳) فقط Z های حقیقی (۴) کلیه Z ها

۹

۱۰. حد دنباله $a_n = \sqrt[n]{\frac{((2n)!)^2}{n!(2n)!}}$ کدام است؟ (خودآزمایی ۷ - سبب ۲)

(۴) $\frac{1}{27}$

(۳) $\frac{16e}{27}$

(۲) $\frac{16}{27}$

(۱) $\frac{16e}{27}$

۱۰

۱۱. حد دنباله با جمله عمومی $x_n = \sqrt{a + \sqrt{a + \sqrt{a + \dots + \sqrt{a}}}}$ کدام است؟ (معماری نسبی ۹۳)

(۴) $\frac{1 - \sqrt{1+4a}}{2}$

(۳) $\frac{a + \sqrt{1+4a}}{2}$

(۲) $\frac{a - \sqrt{1+4a}}{2}$

(۱) $\frac{1 + \sqrt{1+4a}}{2}$

۱۱

۲۰. دنباله $a_n = \sqrt[n]{n}$ برای $n \geq 3$ در کدام گزینه صدق می‌کند؟ (خودآزمایی ۷ - سبب ۲)

(۴) صعودی و همگرا

(۳) نزولی و کراندار

(۲) غیر یکنوا و همگرا

(۱) نزولی و بی‌کران

۱۲

۱۱. کدام یک از سری‌های زیر واگرا هستند؟ (خودآزمایی ۷ - سبب ۲)

(۴) هر سه همگرا هستند.

(۳) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n \cos n}{n^2 + 1}$

(۲) $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt{n} \ln n}$

(۱) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+1}{n^2+n}$

۱۳

ریاضی ۹۵

۴۰. اگر $A = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{n}}$ و $B = \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1 \times 2 \times 3 \times \dots \times n}{3 \times 5 \times 7 \times \dots \times (2n+1)} \right)^{\frac{1}{2}}$ کدام گزینه درست است؟

(۲) سری A واگرا و سری B همگراست.

(۱) سری A همگرا و سری B واگراست.

(۴) هر دو سری واگرا هستند.

(۳) هر دو سری همگرا هستند.

۱۴

دنباله a_n دنباله‌ای مثبت است و برای هر $n \geq 2$ در رابطه $\frac{a_n}{a_{n+1}} \geq \frac{(n+1)^2 \ln n}{n^2 \ln(n+1)}$ صدق می‌کند. کدام گزینه در مورد

سری $\sum a_n$ درست است؟

(۲) $\sum a_n$ همواره، همگراست.

(۱) $\sum a_n$ همواره واگراست.

(۴) $\sum a_n$ همگرای مشروط است.

(۳) $\sum a_n$ ممکن است همگرا یا واگرا باشد.

۱۵

۱۰۵. بازه همگرایی سری توانی $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{3^{2n}}{(n+1)4^n} (x-1)^{2n}$ کدام است؟ (علوم کامپیوتر ۸۳)

(۴) $\left(\frac{1}{3}, \frac{5}{3}\right)$

(۳) $\left(-\frac{2}{3}, \frac{2}{3}\right)$

(۲) $\left[-\frac{2}{3}, \frac{2}{3}\right]$

(۱) $\left(0, \frac{5}{3}\right)$

۱۶

۲۱. بازه همگرایی سری توانی $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n + (-2)^n}{n} (x+1)^n$ کدام است؟ (MBA ۹۳)

(۴) $\left[-\frac{4}{3}, -\frac{2}{3}\right]$

(۳) $\left(-\frac{4}{3}, -\frac{2}{3}\right)$

(۲) $[-4, -2]$

(۱) $[-4, -2]$

۱۷

۴۶. بازه همگرایی سری $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(e^x - 1)^{n^2 - n}}{\sqrt{n} + \ln n}$ کدام است؟ (آئین ریاضی ۹۲)

(۴) $(-\ln 2, \ln 2)$

(۳) $(-\infty, \ln 2)$

(۲) $(-1, 1)$

(۱) \mathbb{R}

۱۸