

به نام خدا

سری دوم تمرینات کلاس حل تمرین ریاضی عمومی ۱ و ۲

مؤسسه پژوهش

تحت نظارت مستقیم استاد آقاسی

تابستان و پاییز ۱۳۹۸

همانطور که جورج پولیا ریاضی دان مجارستانی در جایی گفته : " اگر میخواهید شنا یاد بگیرید شجاعانه وارد آب شوید و اگر میخواهید مساله ها را یاد بگیرید آنها را حل کنید! " در این کلاس هم قصد داریم با حل کردن تستهای هدفمند علاوه بر مرور و تمرین مطالب درسی مهارت دانشجویان را نیز افزایش دهیم و همچنین اشکالات و سوالاتی که دانشجویان روزانه با آنها برخورد میکنند را برطرف سازیم. کلاس حل تمرین ریاضی عمومی ۲۰۱ دوره درس و تست استاد آقاسی در ۸ جلسه ۳ ساعته تنظیم شده و گردآوری تست ها تحت نظر مستقیم ایشان طوری صورت گرفته که بهترین پوشش را برای تمرین هرچه بیشتر شما فراهم کند. لازم بذکر است سوالات کلاس حل تمرین هیچ اشتراکی با سوالات کلاس درس و تست، نکته و تست و جمع بندی نخواهند داشت.

تذکره (۱) : تمرینات به مرور در اختیار دانشجویان قرار خواهد گرفت و انتظار می رود دانشجویان قبل از برگزاری هر جلسه نسبت به حل سوالات آن جلسه اقدام کنند تا کلاس حل تمرین بیشترین بازدهی را برایشان داشته باشد.

تذکره (۲) : سوالات انتخاب شده ترکیبی از تست های کنکور و تست های تالیفی استاد آقاسی هستند. در بعضی از تست ها فقط واژه تالیفی را خواهید دید که آن به این معناست که تست در جلد ۱ آورده نشده و جز تست های تالیفی استاد آقاسی در کلاس ها و آزمون های سال های گذشته است.

با آرزوی موفقیت

آرش محمدی

۱- برد تابع $f(x) = \frac{x^2 - 2x + 3}{x^2 - 4x + 5}$ کدام است؟

- (تالیفی) (۱) $[\frac{1}{4}, 2]$ (۲) $(-\frac{3}{4}, \frac{3}{4}]$ (۳) $[\frac{1}{4}, \frac{3}{4}]$ (۴) $[\frac{1}{4}, 1)$

۲- مساحت جانبی استوانه محاط در یک کره، حداکثر چند برابر مساحت جانبی کره می باشد؟

- (تالیفی) (۱) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۲) $\frac{2}{3}$ (۳) $\frac{1}{3}$ (۴) $\frac{1}{2}$

۳- نقطه $M(x, y)$ بر روی منحنی $y = x^2$ با سرعت ۲ واحد در ثانیه از مبدأ مختصات دور می شود، MP عمود بر OM و P روی محور y ها است. در لحظه ای که فاصله M از مبدأ مختصات $2\sqrt{5}$ واحد باشد،

سرعت افزایش مساحت OMP کدام است؟

- (ژئوفیزیک، ۸۶) (۱) $\frac{8\sqrt{3}}{9}$ (۲) $\frac{13\sqrt{5}}{9}$ (۳) $\frac{7\sqrt{3}}{12}$ (۴) $\frac{26\sqrt{5}}{9}$

۴- تابع $f(x)$ بر مجموعه اعداد حقیقی دوبار مشتق پذیر است و در نقاط به طول ۱- و ۲ و ۵ بر خطی افقی مماس شده است. دقیق ترین گزینه در مورد تعداد جواب های معادله $f''(x) = 0$ عبارت است از:

- (تالیفی) (۱) حداقل ۱ (۲) حداقل ۲ (۳) حداقل ۴ (۴) حداقل ۵

۵- فرض کنید f تابعی مشتق پذیر با $f'(x) = \frac{\cosh x}{1 + \cosh x}$ باشد. اگر $f(0) = 0$ آنگاه برای $x \geq 0$ کدام

یک از گزینه های زیر درست است؟

- (۱) $f(x) \leq 0$ (۲) $x \leq f(x)$ (۳) $f(x) < x$ (۴) $0 \leq f(x) \leq x$

(مهندسی صنایع، ۹۵)

۶- حاصل $\int \frac{e^{rx}}{e^x + 1} dx$ کدام است؟

- (تالیفی) (۱) $\frac{1}{4}e^{rx} + e^x - \ln(e^x + 1) + k$ (۲) $\frac{1}{4}e^{rx} - e^x + \ln(e^x + 1) + k$ (۳) $e^{rx} + e^x - \ln(e^x + 1) + k$ (۴) $e^{rx} - e^x + \ln(e^x + 1) + k$

۷- اگر $\int \frac{x^2 + 1}{x^3 + x^4} dx = a \ln|x| + \frac{b}{x} + \frac{c}{x^2} + d \ln|x+1|$ آنگاه $a + c$ برابر است با:

- (تالیفی) (۱) ۱ (۲) $\frac{3}{2}$ (۳) $\frac{7}{4}$ (۴) ۳

۸- حاصل $\int \frac{dx}{(x^2 - 1)\sqrt{x^2 - 1}}$ برای $x > 0$ برابر است با:

- (تالیفی) (۱) $\frac{x^2 + 1}{\sqrt{x^2 - 1}} + c$ (۲) $-\frac{x}{\sqrt{x^2 - 1}} + c$ (۳) $\frac{x}{\sqrt{x^2 - 1}} + c$ (۴) $-\frac{x^2 + 1}{\sqrt{x^2 - 1}} + c$

۹- در کدام بازه تقعر منحنی $y = \int_0^x \frac{dt}{1+t+t^2}$ ، رو به بالا است؟

- (۱) $(-\frac{1}{2}, +\infty)$ (۲) $(\frac{1}{2}, +\infty)$ (۳) $(-\infty, \frac{1}{2})$ (۴) $(-\infty, -\frac{1}{2})$

(مهندسی صنایع، ۹۶)

۱۰- حاصل $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\int_0^{2x} \tan t^2 dt}{x - \sin^{-1} x}$ برابر است با:

- (۱) ۱۸ (۲) ۱۴ (۳) -۱۸ (۴) -۱۴

(تالیفی)

۱۱- فرض کنید تابع پیوسته $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ برای هر $x \geq 1$ در رابطه $f(x) = \exp(\int_1^x f(t) \sin t dt)$ صدق می‌کند.

مقدار $f(\frac{\pi}{2})$ کدام است؟

- (۱) $1 - \cos 1$ (۲) $1 + \cos 1$ (۳) $\frac{1}{1 + \cos 1}$ (۴) $\frac{1}{1 - \cos 1}$

(علوم کامپیوتر، ۹۲)

۱۲- حاصل $\int_0^1 \frac{x}{x + \sqrt{x^2 + 3}} dx$ برابر است با:

- (۱) $\frac{1}{3} - \sqrt{3}$ (۲) $\frac{1}{3} - \sqrt{3}$ (۳) $\frac{1}{9} - \frac{\sqrt{3}}{3}$ (۴) $\frac{1}{9} - \frac{\sqrt{3}}{3}$

(تالیفی)

۱۳- میانگین تابع $f(x) = \sec^2 x \cdot \csc^2 x$ بر بازه $[\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{4}]$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1\sqrt{3}}{\pi}$ (۲) $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ (۳) $\frac{4\sqrt{3}}{\pi}$ (۴) $\frac{\sqrt{3}}{3}$

(تالیفی)

۱۴- مقدار انتگرال معین $\int_0^{\frac{\pi}{3}} \frac{dx}{3 \sin^2 x + \cos^2 x}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{\pi}{12}$ (۲) $\frac{\pi\sqrt{3}}{12}$ (۳) $\frac{\pi\sqrt{3}}{4}$ (۴) $\pi\sqrt{3}$

(علوم کامپیوتر، ۹۱)

۱۵- مقدار انتگرال معین $\int_0^{\frac{\sqrt{2}}{2}} \frac{x \sin^{-1} x}{\sqrt{1-x^2}} dx$ کدام است؟

- (۱) $\frac{\sqrt{2}}{2} (1 - \frac{\pi}{4})$ (۲) $\frac{1}{2} (1 - \frac{\pi}{4})$ (۳) $\frac{\sqrt{2}}{2} (1 + \frac{\pi}{4})$ (۴) $\frac{\pi}{4} (1 - \frac{\sqrt{2}}{2})$

(علوم دریایی، ۹۳)

۱۶- حاصل $\int_0^{\pi^2} \sin \sqrt{x} dx$ کدام است؟

- (۱) $\frac{2\pi}{3}$ (۲) π (۳) ۱ (۴) 2π

(تالیفی)

۱۷- مقدار $\int_{\frac{1}{e}}^1 \frac{(\sin \sqrt{x} + \cos \sqrt{x})e^{-\sqrt{x}}}{2\sqrt{x}} dx$ کدام است؟

(۱) $\frac{1}{\sqrt{e}}(\cos \frac{1}{\sqrt{e}} - \cos 1)$ (۲) $\frac{1}{e}(\cos \frac{1}{\sqrt{e}} - \cos 1)$ (۳) $\frac{\cos \frac{1}{\sqrt{e}}}{\sqrt{e}} - \frac{\cos 1}{e}$ (۴) $\frac{1}{e}(\cos \frac{1}{\sqrt{e}} + \cos 1)$

(ژئوفیزیک، ۹۵)

۱۸- مقدار $\int_{-\pi}^{\pi} x \cos(x+|x|) dx$ ، کدام است؟

(۱) $-\frac{\pi^2}{2}$ (۲) $\frac{\pi^2}{2}$ (۳) π^2 (۴) صفر

(مهندسی صنایع و عمران و نقشه‌برداری، ۹۷)

۱۹- برای $a > 1$ داریم $\int_0^{\pi} \frac{dx}{a - \cos x} = \frac{\pi}{\sqrt{a^2 - 1}}$ ، مقدار $\int_0^{\pi} \frac{dx}{(\sqrt{2} - \cos x)^2}$ کدام است؟

(۱) $\frac{2\pi}{2}$ (۲) 5π (۳) $\frac{7\pi}{2}$ (۴) $\frac{5\pi}{2}$

(خودآزمایی سطح ۲)